COLEGIO MILITAR ALMIRANTE PADILLA
¨DIOS PATRIA Y HOGAR¨
HACÍA LA FORMACIÓN DE UN SER ÍNTEGRO GESTOR DE UNA MEJOR SOCIEDAD

GUÍA DE TRABAJO COMPLEMENTARIO CLASES VIRTUALES
MATEMÁTICAS
GRADO 10

DOCENTES QUE ELABORARON LA GUÍA	STEFANIA TOVAR QUIMBAYO
DBA	Comprende que las funciones lineales modelan situaciones con razón de cambio constante
OBJETIVO	Identificar las características principales para determinar si la ecuación es de una recta paralela o perpendicular.
TEMA	Rectas Paralelas y perpendiculares – Circunferencia
PREGUNTA PROBLEMÁTIZADORA	¿Por qué es importante conocer las ecuaciones de la recta
FECHA DE APLICACIÓN DE LA GUÍA	14 de septiembre al 2 de octubre

RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES

Rectas paralelas

Dos rectas no verticales son paralelas si y sólo si tienen las misma pendiente.

Ejemplo: Determinación de la ecuación de una recta paralela a una recta dada.

- Obtenga la ecuación de la recta que pasa por el punto (5,2) y que es paralela a 4x + 6y + 5 =0

Solución

Primero escribimos la ecuación de la recta dada en la forma de la ecuación ordinaria (pendiente-intersección)

$$4x + 6y + 5 = 0$$

$$6y = -4x - 5$$

$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{6}$$

La pendiente $m = -\frac{2}{3}$, puesto que la recta pedida es paralela a esta también si tiene la misma pendiente. De la forma punto pendiente, de la ecuación de la recta obtenemos

$$y - 2 = -\frac{2}{3}(x - 5)$$

$$3y - 6 = -2x + 10$$

$$2x + 3y - 16 = 0$$

Por lo tanto la ecuación de la recta es

$$2x + 3y - 16 = 0$$

Rectas perpendiculares

Dos rectas con pendientes m_1 y m_2 son perpendiculares si y sólo si $m_1 m_2 = -1$, esto es, sus pendientes son recíprocas negativas:

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

También, una recta horizontal (pendiente 0) es perpendicular a una vertical (pendiente no definida)

Ejemplo: Rectas perpendiculares

Demuestre que los puntos P (3,3), Q (8,17) y R (11,5), son los vértices de un triángulo rectángulo.

Solución

Las pendientes de las rectas a las que pertenece PR y QR son respectivamente

$$m_1 = \frac{5-3}{11-3} = \frac{1}{4} \qquad y \qquad m_2 = \frac{5-17}{11-8} = -4$$

Puesto que $m_1 m_2 = -1$, éstas son perpendiculares y por lo tanto PQR es un triángulo rectángulo.

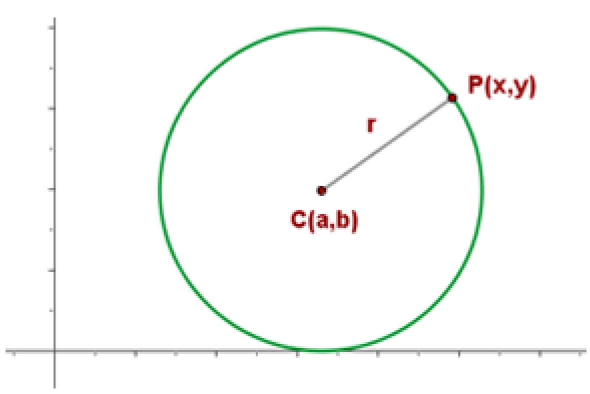
(Realice la gráfica en clase)

ACTIVIDAD #1

1. Obtenga la ecuación de la recta que pasa por el punto (-7,2) y que es paralela a 3x - 2y + 7 =0
2. Obtenga la ecuación de la recta que pasa por el punto (4,5) y que es paralela a x + 8y - 4 =0
3. Demuestre que A (-3,-1), B (3,3) y C (-9,8) son los vértices de un triángulo rectángulo.
4. Demuestre que A (1,1), B (11,3), C (10,8) y D (0,6) son los vértices de un triángulo rectángulo.

La circunferencia

La **circunferencia** es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro.



- $d(C,P) = r$

- $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r$

Elevando al cuadrado obtenemos la ecuación:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

Si desarrollamos:

$A = -2a \qquad B = -2b \qquad C = a^2 + b^2 - r^2$

y realizamos estos cambios:

$A = -2a \qquad B = -2b \qquad C = a^2 + b^2 - r^2$

Obtenemos otra forma de escribir la ecuación:

$$C\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$$

Donde el centro es:

$$C\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$$

y el radio cumple la relación:

$$r^2 = \left(\frac{A}{2}\right)^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2 - C$$

Para que una expresión del tipo: $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ sea una circunferencia debe cumplir que:

1 - Los coeficientes de x^2 e y^2 sean iguales a la unidad. Si tuvieran ambos un mismo coeficiente distinto de 1, podríamos dividir por él todos los términos de la ecuación.
2 - No tenga término en xy.
3. $\left(\frac{A}{2}\right)^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2 - C > 0$

Ejemplo

Si el centro de la circunferencia coincide con el origen de coordenadas la ecuación queda reducida a:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Escribir la ecuación de la circunferencia de centro (3, 4) y radio 2.

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$$

ACTIVIDAD #2

1. Halla la ecuación de la circunferencia que tiene de centro el punto C(-2,3) y de radio r=4. ¿Pertenecen los puntos A(2,3), B(-4,3) y D(1,5) a la circunferencia?
   En este caso tenemos el centro y el radio:

$C(-2,3)$

$r=4$

2. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto A(2,-1) y cuyo centro es C(-1,3).
   En este ejercicio conocemos el centro y un punto de la circunferencia:
   $A(2,-1)$

   $C(-1,3)$
3. Hallar la ecuación de la circunferencia de centro C(2,-1) y que sea tangente a la recta r: y=x+2.
   En este caso tenemos como datos el centro y una recta tangente a la circunferencia:
   $C(2,-1)$

   $r:\ y=x+2$