COLEGIO MILITAR ALMIRANTE PADILLA

¨DIOS PATRIA Y HOGAR¨
HACÍA LA FORMACIÓN DE UN SER ÍNTEGRO
GESTOR DE UNA MEJOR SOCIEDAD

GUIA DE TRABAJO COMPLEMENTARIO CLASES VIRTUALES MATEMATICAS GRADO 10

DOCENTES QUE ELABORARON LA GUIA	PAULA ANDREA CASTIBLANCO CUVIDES
DBA	Conoce las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos.
OBJETIVO	Analizar y comprender las identidades trigonométricas y sus aplicaciones
TEMA	Identidades trigonométricas
PREGUNTA PROBLEMATIZADORA	¿Cuál es la funcionalidad de las identidades?
FECHA DE APLICACIÓN DE LA GUÍA	3 al 28 de agosto

PLAN DE MEJORAMIENTO

Querido estudiante si su desempeño es bajo, por favor realizar el siguiente plan de mejoramiento:

1. Realizar en hojas examen cinco ejercicios de ley de senos y de coseno. Cinco problemas de aplicación de la ley de seno y de coseno con la construcción de sus respectivos triángulos a escala
2. Realizar cinco ejercicios de identidades trigonométricas con su demostración

IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS

Las identidades trigonométricas son igualdades que involucran funciones trigonométricas. Estas identidades son siempre útiles para cuando necesitamos simplificar expresiones que tienen incluidas funciones trigonométricas, cualesquiera que sean los valores que se asignen a los ángulos para los cuales están definidas estas razones. Las identidades trigonométricas nos permiten plantear una misma expresión de diferentes formas. Para simplificar expresiones algebraicas, usamos la factorización, denominadores comunes, etc. Pero para simplificar expresiones trigonométricas utilizaremos estas técnicas en conjunto con las identidades trigonométricas. Estas identidades se dividen en:

- Fundamentales
- Pitagóricas
- De ángulos dobles

IDENTIDADES FUNDAMENTALES

$\text{Tan}x = \frac{\text{Sen}x}{\text{Cos}x}$ (1) $\quad \text{Sec}x = \frac{1}{\text{Cos}x}$ (2) $\quad \text{Csc}x = \frac{1}{\text{Sen}x}$ (3) $\quad \text{Cot}x = \frac{1}{\text{Tan}x}$ (4)

De las anteriores se obtienen:

$\text{Tan}^2 x = \frac{\text{Sen}^2 x}{\text{Cos}^2 x}$ $\quad \text{Sec}^2 x = \frac{1}{\text{Cos}^2 x}$ $\text{Csc}^2 x = \frac{1}{\text{Sen}^2 x}$ $\text{Cot}^2 x = \frac{1}{\tan^2 x}$

IDENTIDADES PITAGÓRICAS

$\text{Sen}^2\theta + \text{Cos}^2\theta = 1$ (5) de donde, $\text{Sen}^2\theta = 1 - \text{Cos}^2\theta$ y $\text{Cos}^2\theta = 1 - \text{Sen}^2\theta$

$\text{Tan}^2\theta + 1 = \text{Sec}^2\theta$ (6) de donde, $\text{Tan}^2\theta = \text{Sec}^2\theta - 1$

$\text{Cot}^2\theta + 1 = \text{Csc}^2\theta$ (7) de donde, $\text{Cot}^2\theta = \text{Csc}^2\theta - 1$

IDENTIDADES DE ÁNGULOS DOBLES

$\text{Cos}2\alpha = \text{Cos}^2\alpha - \text{Sen}^2\alpha \quad \text{Cos}2\alpha = 2\text{Cos}^2\alpha - 1 \quad \text{Sen}2\alpha = 2\text{Sen}\alpha.\text{Cos}\alpha \qquad \text{Tan}2\alpha = \frac{2\text{Tana}}{1-\text{Tan}^2 a}$

EJEMPLOS

Demostrar que: $\text{Cotx} = \frac{\text{Cosx}}{\text{Senx}}$:

Demostración: partimos ya sea del lado izquierdo de la igualdad para llegar a la expresión del lado derecho o viceversa.

En este caso partiremos del lado izquierdo y justificaremos cada paso en la demostración:

$\text{Cotx} = \frac{1}{\tan x}$ (Por la Identidad Fundamental 4)

$\text{Cotx} = \frac{1}{\frac{senx}{cosx}}$ (Aplicando la identidad 1 a tanx)

$\text{Cotx} = \frac{\text{Cosx}}{\text{Senx}}$ (Aplicando Propiedades invertidas o ley de la oreja)

- Demostrar que $2\csc^2 x = \frac{1}{(1+\cos x)} + \frac{1}{(1-\cos x)}$

Demostración: Podemos iniciar la demostración efectuando la suma del lado derecho:

$\frac{1}{(1+\cos x)} + \frac{1}{(1-\cos x)} = \frac{(1-\cos x)+(1+\cos x)}{1-\cos^2 x}$ **(aplicando producto cruzado)**

$= \frac{1-\cos x+1+\cos x}{1-\cos^2 x}$ **(Suprimiendo paréntesis)**

$= \frac{1-\cancel{\cos x}+1+\cos x}{1-\cos^2 x}$ **(Cancelando términos y sumando semejantes)**

$= \frac{2}{\text{sen}^2 x}$**(aplicando identidad pitagórica a 1 – cos²x)**

$= 2(\frac{1}{\text{sen}^2 x})$ **(sacando a 2 como factor)**

$= 2\csc^2 x$

ACTIVIDAD 1

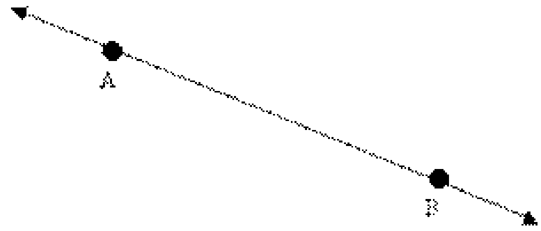
1. Demuestre
   - Cos a tan a = sen a
   - sec4 a - sec2 a = tan4 a - tan2 a
   - (1 – cos a) (1 + cos a) = sen2 a
   - sen2 a + sen2 a tan2 a = tan2 a
   - (1 + cot2 a) sen2 a= 1

2. Simplifique a partir de las identidades trigonométricas los siguientes ejercicios
   - Sec a Cos a
   - Sen a Csc a
   - Tan a Cot a
   - Sen A Cot A
   - Cot a Sec a Sen a
   - Sec a Cos a Tan a Cot a

ECUACIÓN DE LA RECTA

La idea de línea recta es uno de los conceptos intuitivos de la Geometría (como son también el punto y el plano).

La recta se puede entender como un conjunto infinito de puntos alineados en una única dirección. Vista en un plano, una recta puede ser horizontal, vertical o diagonal (inclinada a la izquierda o a la derecha).



La línea de la derecha podemos verla, pero a partir de los datos que nos entrega la misma línea (par de coordenadas para A y par de coordenadas para B en el plano cartesiano) es que podemos encontrar una expresión algebraica (una función) que determine a esa misma recta. El nombre que recibe la expresión algebraica (función) que determine a una recta dada se denomina Ecuación de la Recta .Para comprender este proceder es como si la misma línea solo se cambia de ropa para que sepan de su existencia pero expresada en términos matemáticos (como una ecuación). Es en este contexto que la Geometría analítica nos enseña que una recta es la representación gráfica de una expresión algebraica (función) o ecuación lineal de primer grado . Esta ecuación de la recta varía su formulación de acuerdo con los datos que se conozcan de la línea recta que se quiere representar algebraicamente. Dicho en otras palabras, hay varias formas de representar la ecuación de la recta.

1.– Ecuación general de la recta

Esta es una de las formas de representar la ecuación de la recta.
De acuerdo a uno de los postulados de la Geometría Euclidiana, para determinar una línea recta sólo es necesario conocer dos puntos (A y B) de un plano (en un plano cartesiano), con abscisas (x) y ordenadas (y) .

Ahora bien, conocidos esos dos puntos, todas las rectas del plano, sin excepción, quedan incluidas en la ecuación

$Ax + By + C = 0$
Que también puede escribirse como

$ax + by + c = 0$
y que se conoce como: la ecuación general de la línea recta, como lo afirma el siguiente:

Revise los siguientes videos:

- https://www.youtube.com/watch?v=Jz8_omNLKTw
- https://www.youtube.com/watch?v=bo3JsAc9CbE
- https://www.youtube.com/watch?v=KEENQd0B5dI

ACTIVIDAD 2

1. Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente $m = 3$ e intercepto $b = 10$.
2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (1, 2) y tiene pendiente $m = -5$.
3. Determine la ecuación general de la recta que pasa por los puntos Q(1 , 3) Y P (4 , 6)
4. Determina la ecuación general de la recta de pendiente –4 y que pasa por el punto (5, –3)